

## '01 関西学院大学

実数  $x$  に対して実数値をとる関数  $f(x)$  がある. 任意の実数  $x, y$  に対して, 関係式  $f(x+y) = f(x)f(y)$  が成立するとき, 次の (1) ~ (4) が成り立つことを示せ.

$$(1) f(1) = \left\{ f\left(\frac{1}{2}\right) \right\}^2$$

$$(2) \text{ すべての実数 } x \text{ に対して, } f(x) \geq 0 \text{ かつ } f\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{f(x)} \text{ である.}$$

$$(3) \text{ すべての実数 } x, y \text{ に対して, } f\left(\frac{x+y}{2}\right) \leq \frac{f(x)+f(y)}{2} \text{ である.}$$

$$(4) f(0) \neq 0 \text{ のとき, すべての実数 } x \text{ に対して, } f(x) > 0 \text{ である.}$$