

'01 東京工科大学

解説

(1) 26 は偶数であるから $25 \diamond 26 = 25 + \frac{26}{2} = 25 + 13 = 38$

(2) (1) から $(25 \diamond 26) \diamond 27 = 38 \diamond 27$

27 は奇数であるから $38 \diamond 27 = 2 \cdot 38 = 76$

(3) 1 は奇数であるから $(x \diamond x) \diamond 1 = 2(x \diamond x)$

ゆえに, 等式は $2(x \diamond x) = 60$ すなわち $x \diamond x = 30$

[1] x が奇数のとき

等式は $2x = 30$ よって $x = 15$

これは奇数であるから適する.

[2] x が偶数のとき

等式は $x + \frac{x}{2} = 30$ よって $x = 20$

これは偶数であるから適する.

したがって $x = 15, 20$

(4) [1] x が奇数のとき

(左辺) $= \left(x + 21 + \frac{x+5}{2}\right) \diamond x = \left(\frac{3x+47}{2}\right) \diamond x = 3x + 47$

(右辺) $= (3x) \diamond \{2(x+19)\} = 3x + x + 19 = 4x + 19$

よって, 等式は $3x + 47 = 4x + 19$ ゆえに $x = 28$

これは偶数であるから不適.

[2] x が偶数のとき

(左辺) $= \{2(x+21)\} \diamond x = 2(x+21) + \frac{x}{2} = \frac{5}{2}x + 42$

(右辺) $= (3x) \diamond \left(x + 19 + \frac{x}{2}\right) = (3x) \diamond \left(\frac{3}{2}x + 19\right)$

(i) $\frac{3}{2}x + 19$ が奇数, すなわち x が 4 の倍数のとき

(右辺) $= 2 \cdot 3x = 6x$

このとき, 等式は $\frac{5}{2}x + 42 = 6x$ ゆえに $x = 12$

これは適する.

'01 東京工科大学

(ii) $\frac{3}{2}x+19$ が偶数, すなわち x が 4 の倍数でない偶数のとき

$$(\text{右辺}) = 3x + \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2}x + 19 \right) = \frac{15}{4}x + \frac{19}{2}$$

$$\text{このとき, 等式は } \frac{5}{2}x + 42 = \frac{15}{4}x + \frac{19}{2} \quad \text{ゆえに } x = 26$$

これは適する.

したがって, 求める和は $12 + 26 = 38$

講評

計算の定義に関する問題. 入試では良く出されるが, 基本的には定義に基づいて計算をきちんとこなしていけば, 確実に取れる問題. とにかく手を動かして計算をすれば, 見た目ほどは難しくない.