

'04 産業医科大学

解説

$$(1) \quad r = \frac{\alpha}{\beta} = \frac{2(1+2i)}{-1+i} = \frac{2(1+2i)(1+i)}{-1+i^2} = 1-3i$$

複素数平面を xy 平面とみなせば, $A(1, 2), B\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right), C(1, -3)$ である. D の

中心 E は AC の垂直二等分線 $y = -\frac{1}{2}$ 上にある. また, AB の傾きは

$$\frac{2 - \frac{1}{2}}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} = 1 \text{ であり, その中点は } \left(\frac{1}{4}, \frac{5}{4}\right) \text{ だから, } AB \text{ の垂直二等分線は,}$$

$$y = -\left(x - \frac{1}{4}\right) + \frac{5}{4} \quad \therefore y = -x + \frac{3}{2}$$

であり, E はこの上にもあるので,

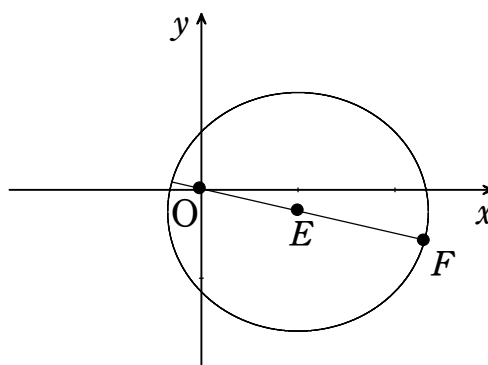
$$-\frac{1}{2} = -x + \frac{3}{2} \quad \therefore x = 2, y = -\frac{1}{2}$$

ゆえに, $E\left(2, -\frac{1}{2}i\right)$ であり, 半径は

$$AE = \sqrt{(1-2)^2 + \left(2 + \frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{29}}{2}$$

(2) 直線 OE と円 D の交点のうち,
 O から遠い方を とすると, $|z|$ の
 最大値は

$$\begin{aligned} OF &= OE + EF \\ &= \sqrt{2^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} + \frac{\sqrt{29}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{17} + \sqrt{29}}{2} \end{aligned}$$



講評

複素数平面の基本的な問題. 円の問題としては非常にベーシックな問題で, 特に難しいところもないので, つまづくことなく解けたのではないだろうか. 複素平面の基礎として落とせない問題. 是非とも完答したい.