

## '04 東京都立大学

正の整数  $n$  に対して,  $F_n(t) = \frac{t^n - \frac{1}{t^n}}{t - \frac{1}{t}}$  とおく.

- (1)  $n > 1$  に対して  $F_n(t) \left( t + \frac{1}{t} \right)$  を  $F_{n+1}(t)$  と  $F_{n-1}(t)$  で表せ.
- (2)  $x = t + \frac{1}{t}$  とおくとき,  $F_n(t) = f_n(x)$  となる多項式  $f_n(x)$  が存在することを証明せよ. また,  $f_1(x)$ ,  $f_2(x)$ ,  $f_3(x)$  を求めよ.
- (3)  $f_n(0)$  を求めよ.
- (4)  $t = \cos \theta + i \sin \theta$  とおくことにより, 等式  $f_n(2 \cos \theta) = \frac{\sin n \theta}{\sin \theta}$  が成立することを証明せよ.