

'01 名古屋工業大学

解説

(1) $p_H V_0 = nRT$ より $T = \frac{p_H V_0}{nR}$ [K]

(2) 単原子分子の内部エネルギー U は $pV = nRT$ を用いて $U = \frac{3}{2}nRT = \frac{3}{2}pV$ と

なる。よって

$$\begin{aligned} \Delta U_{AB} &= U_B - U_A = \frac{3}{2}p_H \times 2V_0 - \frac{3}{2}p_H \times V_0 \\ &= \frac{3}{2}p_H V_0 \text{ [J]} \end{aligned}$$

定圧変化で気体のする仕事 $W' = p\Delta V$ より

$$W_{AB} = p_H \Delta V = p_H(2V_0 - V_0) = p_H V_0 \text{ [J]}$$

(3) 熱力学第一法則 $\Delta U = Q + W$ で、 W は気体に加わる仕事である。よって、気体がする仕事 W_{AB} を用いると、 $W = -W_{AB}$ となる。

ゆえに $Q_{AB} = \Delta U_{AB} - (-W_{AB})$

$$= \frac{3}{2}p_H V_0 + p_H V_0 = \frac{5}{2}p_H V_0 \text{ [J]}$$

別解 定圧モル比熱 C_p , $pV = nRT$ を用いて

$$\begin{aligned} Q &= nC_p \Delta T = \frac{5}{2}nR\Delta T = \frac{5}{2}p_H \Delta V \\ &= \frac{5}{2}p_H(2V_0 - V_0) = \frac{5}{2}p_H V_0 \text{ [J]} \end{aligned}$$

(4) $\Delta U = Q + W$, 断熱膨張より

$$Q = 0, W = -W_{BC}$$

よって $\Delta U_{BC} = 0 - W_{BC}$

ゆえに $W_{BC} = -\Delta U_{BC}$ [J]

$$\begin{aligned} \Delta U_{BC} &= U_C - U_B = \frac{3}{2}p_L \times 4V_0 - \frac{3}{2}p_H \times 2V_0 \\ &= 3(2p_L V_0 - p_H V_0) \text{ [J]} \end{aligned}$$

'01 名古屋工業大学

(5) $A \rightarrow B$, $B \rightarrow C$, $C \rightarrow D$, $D \rightarrow A$ で得る熱量をそれぞれ Q_{AB} , Q_{BC} , Q_{CD} , Q_{DA} とする。

$B \rightarrow C$, $D \rightarrow A$ は断熱変化なので

$$Q_{BC} = Q_{DA} = 0$$

$$\begin{aligned} Q_{CD} &= nC_p \Delta T = \frac{5}{2} nR \Delta T = \frac{5}{2} p_L \Delta V \\ &= \frac{5}{2} p_L (2V_0 - 4V_0) = -5p_L V_0 \end{aligned}$$

1 サイクルでの熱量の合計 Q は

$$\begin{aligned} Q &= Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CD} + Q_{DA} \\ &= \frac{5}{2} p_H V_0 + 0 - 5p_L V_0 + 0 \\ &= \frac{5}{2} p_H V_0 - 5p_L V_0 \text{ [J]} \end{aligned}$$

(6) 1 サイクルでは同じ A にもどってくるので $\Delta U = 0$

1 サイクルでする仕事を W_1 とすると

$$W = -W_1, \Delta U = Q + W \text{ より}$$

$$0 = Q - W_1$$

$$\text{よって } W_1 = Q = \frac{5}{2} p_H V_0 - 5p_L V_0 \text{ [J]}$$

(7) 熱効率 $e = \frac{\text{仕事}}{\text{吸収した熱量}}$ で表される。

$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ の 1 サイクルで熱量を吸収するのは、 $A \rightarrow B$ で Q_{AB} のみである。

$$\begin{aligned} \text{よって } e &= \frac{W_1}{Q_{AB}} = \frac{\frac{5}{2} p_H V_0 - 5p_L V_0}{\frac{5}{2} p_H V_0} \\ &= 1 - 2 \frac{p_L}{p_H} \dots\dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

'01 名古屋工業大学

(8) $pV^{\frac{5}{3}} = \text{一定}$ より, A, D 点で式を立てると

$$p_H V_0^{\frac{5}{3}} = p_L (2V_0)^{\frac{5}{3}}$$

よって $p_H = 2^{\frac{5}{3}} p_L \dots\dots ②$

①, ② 式より

$$e = 1 - 2 \times \frac{1}{2^{\frac{5}{3}}} = 1 - \frac{1}{2^{\frac{2}{3}}} = 1 - \frac{1}{1.59}$$

$$= 0.37$$

(9) 熱の移動および仕事は熱に変わる現象は不可逆変化であり, 熱をすべて仕事に変えることができる熱機関はできない。

講評

熱サイクルに関する問題. 初めの方は熱サイクルの基本的な内容が並んでいるが, 最後の方はややひねった内容が並んでいた. 特に, 熱力学の第2法則の記述は難しかったのではないだろうか. ちなみに, 熱効率100%の熱機関を第2種永久機関という. その前の問題は, きちんと文章を考察すれば解ける問題になっている. 問題自体は熱サイクルに関する本質的な部分がすべて含まれている良問. 是非とも解けるようにしておきたい.