'01 大阪大学

解説

〔A〕 物体Aにはたらく力は，重力 mg と上向きのばねの復元力 $k(l_0-l_1)$ である。

(1) Aの力のつりあいから

$$k(l_0-l_1)-mg=0 \quad \text{より}$$

$$l_1=l_0-\frac{mg}{k}$$

(2) 弾性力による位置エネルギー $E_k=\frac{1}{2}kx^2$

$$E_k=\frac{1}{2}k(l_0-l_1)^2=\frac{1}{2}k\left(\frac{mg}{k}\right)^2=\frac{m^2g^2}{2k}$$

(3) Bには重力 mg と復元力 $k(l_0-l_1)$ が下向きに，垂直抗力 N が上向きにはたらく。

$$N-mg-k(l_0-l_1)=0 \quad \text{より}$$

$$N=mg+k(l_0-l_1)=2mg$$

〔B〕 (4) Aには力 $2mg$ と，復元力 $k(l_0-l)$ が上向きに，重力 mg が下向きにはたらく。運動方程式は

$$ma=2mg+k(l_0-l)-mg$$

ばねが自然の長さより伸びているとすれば，復元力 $k(l-l_0)$ は下向きにはたらく。

(5) Bには重力 mg と復元力 $k(l_0-l)$ が下向きに，垂直抗力 N が上向きにはたらき，静止の状態だからこれら3力はつりあっている。

$$N-mg-k(l_0-l)=0$$

ゆえに $N=mg+k(l_0-l)$

〔C〕 (6) Bが動き出す瞬間の垂直抗力 N は0であるから，(5)より $0=mg+k(l_0-l_2)$

ゆえに $l_2=l_0+\frac{mg}{k}$

(7) 力を加え始めてから動き出すまでに物体Aが移動した距離 Δx は

$$\Delta x=l_2-l_1=\frac{2mg}{k}$$

$2mg$ の力がした仕事 W は，$W=Fx$ より

$$W=2mg\cdot\frac{2mg}{k}=\frac{4m^2g^2}{k}$$

’01　大阪大学

(8)　A は Δx 上昇したから

$$\Delta V_{\mathrm{A}}=mg\cdot\Delta x=\frac{2m^2g^2}{k}$$

(9)　B が動き出す瞬間の弾性力による位置エネルギー E_k' は

$$E_k'=\frac{1}{2}k(l_0-l_2)^2=\frac{1}{2}k\left(\frac{mg}{k}\right)^2=\frac{m^2g^2}{2k}$$

ゆえに　$\Delta V=E_k'-E_k=0$

(10)　(始めの全力学的エネルギー)+(仕事)=(あとの全力学的エネルギー)　より

$$0+W=\Delta V_{\mathrm{A}}+\Delta V+\frac{1}{2}mv_0{}^2$$

講評

力学的エネルギー保存の問題．ばねを含むので，苦手意識の強い人も多いが，実際はそれほど難しくはない．ただ，ばねの伸びと縮みをきちんと考えなくてはいけないので，そこが少し面倒．見た目ほど難易度は高くはない．完答しておこう．