’03　立命館大学

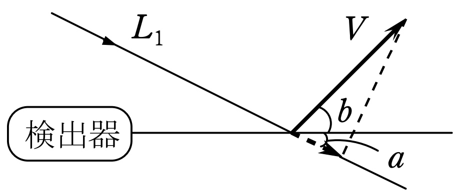
解説

（ア）　波の基本式 $v=f\lambda$ より

$$c=f\lambda \quad \text{ゆえに} \quad f=\frac{c}{\lambda}\,[\mathrm{Hz}]$$

（イ）　右図より，粒子の L_1 の方向の速度成分は

$V\cos(a+b)$ [m/s]



（ウ）　粒子が受ける振動数 f' は，ドップラー効果より

$$f'=f\cdot\frac{c-V\cos(a+b)}{c-0}$$
$$=\frac{c-V\cos(a+b)}{\lambda}\,[\mathrm{Hz}]$$

（エ）　粒子は f' の光を発しながら光検出器から $V\cos b$ で遠ざかる。

（オ）　検出器が観測する振動数 f_1 は

$$f_1=f'\cdot\frac{c-0}{c-(-V\cos b)}$$
$$=\frac{c}{c+V\cos b}\times f'\,[\mathrm{Hz}]$$

（カ）　粒子の L_2 の方向の速度成分は $V\cos(b-a)$ である。(ウ)～(オ) と同様に考えて

$$f''=\frac{c-V\cos(b-a)}{\lambda}$$

$$f_2=f''\frac{c-0}{c-(-V\cos b)}$$
$$=\frac{c}{c+V\cos b}\times\frac{c-V\cos(b-a)}{\lambda}\,[\mathrm{Hz}]$$

（キ）　$f_y=f_1-f_2$ であり，条件 $\dfrac{c}{c+V\cos b}\fallingdotseq 1$ を用いて整理をすると

$$f_y=\frac{c-V\cos(b+a)}{\lambda}-\frac{c-V\cos(b-a)}{\lambda}$$
$$=\frac{V}{\lambda}(-\cos b\cos a+\sin b\sin a+\cos b\cos a+\sin b\sin a)$$
$$=\frac{2V}{\lambda}\sin a\sin b\,[\mathrm{Hz}]$$

’03　立命館大学

(ク)　(キ)の答えより

$$V\sin b=\frac{f_y\lambda}{2\sin a}$$

(ケ)　装置全体を $\frac{\pi}{2}$ 回転させると，検出器と粒子の運動方向とがなす角が $\frac{\pi}{2}-b$ となり，他は変化しない。よって，(キ)の結果で $b\to\frac{\pi}{2}-b$ におきかえたものが f_x となる。

$$f_x=\frac{2V}{\lambda}\sin a\cos b\ \text{〔Hz〕}$$

(コ)　(ケ)より

$$V\cos b=\frac{f_x\lambda}{2\sin a}$$

(サ)　$V=\sqrt{V^2\sin^2 b+V^2\cos^2 b}$

$$=\frac{\lambda}{2\sin a}\sqrt{f_x{}^2+f_y{}^2}\ \text{〔m/s〕}$$

講評

光のドップラー効果の問題．難易度としては標準的．問題が若干考えにくいが，光を散乱する粒子は動く観測者として，そして動く波源としてドップラー効果を考えていけばよい．きちんと考え方をつかんでおきたい問題．