

'03 札幌医科大学

解説

レンズの公式 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$ で、虚像の場合 $b < 0$ である。だから、 b を距離(絶対値)で表すと $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$ となる。

[A] (1) レンズから物体までの距離を a_A ($x \leq a_A \leq \infty$)、レンズから実像(スクリーン)までの距離を b_A とする。レンズの公式より

$$\frac{1}{a_A} + \frac{1}{b_A} = \frac{1}{f}$$

よって $\frac{1}{b_A} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a_A}$

$x \leq a_A \leq \infty$ より

$$0 < \frac{1}{a_A} \leq \frac{1}{x}$$

したがって $\frac{1}{f} - \frac{1}{x} \leq \frac{1}{b_A} < \frac{1}{f}$ ①

ゆえに $f < b_A \leq \frac{fx}{x-f}$

よって、 f から $\frac{fx}{x-f}$

[B] (2) 物体の位置が O の左側 a_B (虚像ができるために、P より右側だから $a < x$) にあるとする。

まず、レンズ B (焦点距離 x) による虚像までの距離を b_B とすると

$$\frac{1}{a_B} - \frac{1}{b_B} = \frac{1}{x}$$
 ②

次に、レンズ A にとっての物体までの距離は b_B 、像(スクリーン)までの距離は b_A だから

$$\frac{1}{b_B} + \frac{1}{b_A} = \frac{1}{f}$$
 ③

②+③より

$$\frac{1}{b_A} = \frac{1}{x} + \frac{1}{f} - \frac{1}{a_B}$$

'03 札幌医科大学

これを①式に代入して

$$\frac{1}{f} - \frac{1}{x} \leq \frac{1}{x} + \frac{1}{f} - \frac{1}{a_B} < \frac{1}{f}$$

整理して

$$\frac{1}{x} < \frac{1}{a_B} \leq \frac{2}{x}$$

よって $\frac{x}{2} \leq a_B < x$

したがって、 $\frac{x}{2}$ から x

(3) 虚像であることに注意すると

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{a_0} = \frac{1}{x}$$

よって $\frac{1}{a_0} = \frac{1}{a} - \frac{1}{x}$

(4) $\frac{1}{a_0} + \frac{1}{b_0} = \frac{1}{f}$

よって $\frac{1}{b_0} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a_0}$

(5) (3) の $\frac{1}{a_0}$ を (4) に代入して

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{x} + \frac{1}{b_0} = \frac{1}{f}$$

ゆえに $\frac{1}{a} + \frac{1}{b_0} = \frac{1}{f} + \frac{1}{x}$

ここで、右辺は組合せレンズの $\frac{1}{F}$ と考えてよいから

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f} + \frac{1}{x}$$

'03 札幌医科大学

- [C] (6) 凸レンズ B から物体までの距離は $a-t$,
虚像までの距離は a_t-t であるから

$$\frac{1}{a-t} - \frac{1}{a_t-t} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{1}{a_t-t} = \frac{1}{a-t} - \frac{1}{x} = \frac{x-a+t}{ax-tx}$$

$$a_t-t = \frac{ax-tx}{x-a+t}$$

$$\text{ゆえに } a_t = \frac{ax-tx}{x-a+t} + t = \frac{ax-at+t^2}{x-a+t}$$

$$\text{または } \frac{1}{a_t} = \frac{x-a+t}{ax-at-t^2}$$

- (7) 凸レンズ A でのレンズの式は

$$\frac{1}{a_t} + \frac{1}{b_t} = \frac{1}{f} \quad \text{ゆえに } \frac{1}{b_t} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a_t}$$

$$(8) \frac{1}{b_0} - \frac{1}{b_t} = \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{a_0}\right) - \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{a_t}\right) = \frac{1}{a_t} - \frac{1}{a_0}$$

ここで、(3)と(6)の結果を用いて

$$a_0 = \frac{ax}{x-a}$$

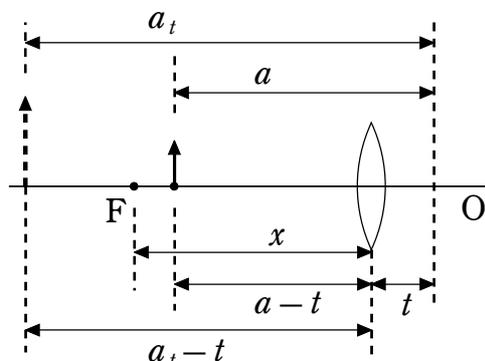
$$a_t = \frac{ax-at+t^2}{x-a+t} = \frac{ax-t(a-t)}{x-a+t}$$

$x > a > t > 0$ だから $a_0 > a_t$

$$\text{したがって } \frac{1}{b_0} - \frac{1}{b_t} = \frac{1}{a_t} - \frac{1}{a_0} > 0$$

$$\text{よって } \frac{1}{b_0} > \frac{1}{b_t} \quad \text{より } b_t > b_0$$

したがって、 b_t は b_0 の右側となる。



講評

レンズの基本的な式の利用の問題。物理の範囲で考えれば内容は基本的であるが、数学的な知識も必要な問題なので、少し難しいかも知れない。文章が問題の大部分を占めているので、きちんと文章を読んで、意味を理解できるようにしたい。