

'03 信州大学

次の文章の空欄を適当な数式，文字式，あるいは語句などで埋めて文章を完成させよ。

理想気体で近似できる気体分子 1 モルが一辺の長さ L ，体積 $V(=L^3)$ の立方体の容器に閉じこめられている。分子 1 個の質量を m とする。気体の圧力 P は，状態方程式 $PV=RT$ を使って，気体の絶対温度 T から計算できる。気体定数 R は $N_A k$ と書き表すことができる。ここで， k は と呼ばれる定数であり，アボガドロ数 N_A は の数値をもつ量である(答えは有効数字 1 桁でよい)。

立方体容器の直交する 3 辺に平行に x ， y ， z 軸をとり，ある 1 個の分子が x 軸に垂直な壁面に衝突し，はねかえされる過程を考えよう。この分子の x 軸方向の速度成分を v_x とすると，分子が x 軸に垂直な 2 つの壁面の間を往復する時間は である(壁との衝突では v_x の大きさは変化せず，また，分子どうしの衝突の効果は無視してよい)。分子が壁と衝突する前後の運動量の変化，すなわち力積の大きさは であるから，圧力 P へのこの分子の寄与は と計算できる。 N_A 個の分子による圧力を求めるためには，分子の速度について平均値を用いる必要がある。分子の速度の大きさの 2 乗平均 $\overline{v^2}$ を用いると，分子 1 個の運動エネルギーの平均値 E は である。 $\overline{v^2}$ は各速度成分の 2 乗平均の和 $\overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}$ に等しい。各分子はどの方向に対しても同等にふるまうから， $\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} = \frac{1}{3} \overline{v^2}$ の関係式が成立する。これらの結果を考慮して，1 モルの気体の圧力 P は E を用いて と書くことができる。状態方程式から直接導いた $P = \frac{RT}{V}$ と を比較すると，絶対温度 T での 1 モルの理想気体の内部エネルギーは $N_A E = \overline{E}$ と計算できる。熱平衡状態では各粒子の運動の自由度ごとに ずつ均等に，エネルギーが分配されている。単位体積あたりの内部エネルギー $U = \frac{N_A E}{V}$ を用いて表すと，圧力は $P = \overline{P}$ と書くことができる。

光は $P = \frac{1}{3} U$ の圧力を及ぼすことが知られている。光を粒子とみなし，上の理想気体の場合と同様な考察をして，光の粒子すなわち光子 1 個のエネルギーが E_0 であるときに光子がもつ運動量の大きさ p_0 を導いてみよう。ただし，光子の速度の大きさは一定値 c をとること，運動量の x 成分 p_x は速度の x 成分 c_x を使って $p_x = p_0 \cdot \frac{c_x}{c}$ で与えられることを使う。壁との衝突による運動量の変化を求めてみると，圧力への光子 1 個の寄与が となるのがわかる。光子の数を N 個として， N 個の光子全体による圧力を $P = \frac{1}{3} U = \frac{1}{3} \frac{N E_0}{V}$ と比較すると，光子のエネルギー E_0 と運動量 p_0 との間に成り立つ関係式 が導かれる。光子のエネルギー E_0 が振動数に比例するとすれば，運動量 p_0 は の逆数に比例することになる。この比例関係における比例定数は と呼ばれる。