

'03 東京工業大学

解説

(1) (ア) $0 < t \leq \frac{a}{v}$ の時刻 t に磁束の貫いている部分の面積 S_1 は $(vt)^2$ であるので、コ

イルを貫く磁束 $\Phi_1(t)$ は

$$\Phi_1(t) = B_0 S_1 = B_0 v^2 t^2$$

(イ) $\frac{a}{v} < t \leq 2\frac{a}{v}$ の時刻 t に磁束の貫いている部分の面積 S_2 は $\{a^2 - (vt - a)^2\}$ であ

るので、コイルを貫く磁束 $\Phi_2(t)$ は

$$\Phi_2(t) = B_0 S_2 = B_0 (2avt - v^2 t^2)$$

(ウ) $\Delta \Phi_1 = \Delta \Phi_1(t + \Delta t) - \Delta \Phi_1(t)$

$$= B_0 v^2 (t + \Delta t)^2 - B_0 v^2 t^2$$

$$= B_0 v^2 \{2t\Delta t + (\Delta t)^2\}$$

(エ) 問題文より、 Δt の項に対して $(\Delta t)^2$ の項が小さいとして無視すると

$$\Delta \Phi_1 = 2B_0 v^2 t \Delta t$$

ファラデーの電磁誘導の法則より、求める誘導起電力 $V_1(t)$ は

$$V_1(t) = -\frac{\Delta \Phi_1}{\Delta t} = -2B_0 v^2 t$$

(オ) $\Delta \Phi_2 = \Delta \Phi_2(t + \Delta t) - \Delta \Phi_2(t)$

$$= B_0 \{2av(t + \Delta t) - v^2(t + \Delta t)^2\} - B_0 (2avt - v^2 t^2)$$

$$= -2B_0 v^2 \left(t - \frac{a}{v}\right) \Delta t - B_0 v^2 (\Delta t)^2$$

$(\Delta t)^2$ の項を無視すると

$$\Delta \Phi_2 = -2B_0 v^2 \left(t - \frac{a}{v}\right) \Delta t$$

$$V_2(t) = -\frac{\Delta \Phi_2}{\Delta t} = 2B_0 v^2 \left(t - \frac{a}{v}\right)$$

(2) コイルの抵抗が R なので、回路に流れる電流はオームの法則より

$$0 < t \leq \frac{a}{v} \text{ で } I_1(t) = \frac{V_1(t)}{R} = -\frac{2B_0 v^2}{R} t$$

$$\frac{a}{v} < t \leq 2\frac{a}{v} \text{ で } I_2(t) = \frac{V_2(t)}{R} = \frac{2B_0 v^2}{R} \left(t - \frac{a}{v}\right)$$

'03 東京工業大学

$I_1(t)$ の大きさが最大となるのは $t = \frac{a}{v}$ のときで

$$I_{m1} = \left| I_1\left(\frac{a}{v}\right) \right| = \frac{2B_0va}{R}$$

$I_2(t)$ の大きさが最大となるのは $t = 2\frac{a}{v}$ のときで

$$I_{m2} = \left| I_2\left(2\frac{a}{v}\right) \right| = \frac{2B_0va}{R}$$

となる。これより電流の

最大値 I_m は $I_m = \frac{2B_0va}{R}$

グラフは図 a のようになる。

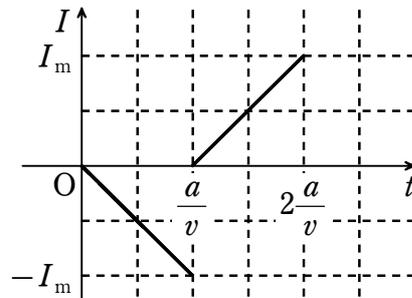


図 a

- (3) $0 < t \leq \frac{a}{v}$ においてコイルの消費する電力 P は

$$P = V_1(t)I_1(t) = \frac{4B_0^2v^4}{R}t^2$$

- (4) 外力の仕事率 Fv がコイルの消費電力 P に等しいので $Fv = P$

$$F = \frac{P}{v} = \frac{4B_0^2v^3}{R}t^2 \quad \left(0 < t \leq \frac{a}{v}\right)$$

$\frac{a}{v} < t \leq 2\frac{a}{v}$ では

$$\begin{aligned} F &= \frac{P}{v} = \frac{V_2(t)I_2(t)}{v} \\ &= \frac{4B_0^2v^3}{R}\left(t - \frac{a}{v}\right)^2 \end{aligned}$$

F は $t = \frac{a}{v}$, $2\frac{a}{v}$ のとき最大となる。

これをグラフに描くと、図 b のようになる。

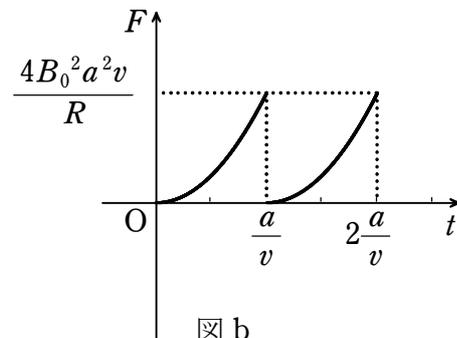


図 b

- (5) 小さくなる

理由：自己誘導による起電力により電流の変化が妨げられ電流の増加率が小さくなるので、同時刻での電流は小さくなる。

講評

コイルによる電磁誘導の標準レベルの問題。誘導起電力の問題は、基本的にはこの問題の誘導のように、起（誘導起電力）→電（電流）→力（コイルの受ける力）の順に答えを出していくのが基本である。本問は、コイルの形が変わっていて、若干計算しにくいだが、基本的な解答の流れは変わらない。この問題を通して、解法の流れの基礎を押さえない。