

## '03 東京理科大学

次の問題の  の中に入れるべき正しい答えを解答群の中から選べ(同じ番号を何回用いてもよい)。

- (a) 地球を半径が  $R$  の球とみなし, その質量を  $M$ , 万有引力定数を  $G$  とする。地球の自転の効果を無視すれば, 地表における重力加速度の大きさ  $g$  は  $R, G, M$  を用いて  ア  で表される。また地表面から高さ  $h$  での重力加速度は  $g$  の大きさの  イ  倍である。
- (b) いま, 地表すれすれに円軌道を描いてまわる質量  $m$  の人工衛星を考えると, その速さ  $v_0$  は  $R, G, M$  などを用いて  ウ  と表される。これを第一宇宙速度という。万有引力の位置エネルギーの基準点を無限遠点にとるとき, この人工衛星がもつ力学的エネルギー  $E$  は運動エネルギーと位置エネルギーの和であるので,  $E$  は  $R, G, M, m$  などを用いて  エ  と表される。

一方, 地表から  $h$  の高さの円軌道をまわる人工衛星の速さを  $v$  とすると, それは  $v_0$  の  オ  倍で, このとき周期は  カ  となる。

- (c) この人工衛星を加速して地球を焦点とする楕(だ)円軌道上を運動させた。地球から最も近い点を  $A$  とし, 地球中心から  $A$  までの距離を  $r_A$ , その点での速さを  $v_A$  とする。また最も遠い点を  $B$  とし, 同じく距離を  $r_B$ , その速さを  $v_B$  とするとき,  $v_B$  は  $r_A, r_B$  を用いると  キ   $\times v_A$  となる。また, このとき人工衛星の周期は  $(r_A + r_B)$  の  ク  乗に比例する。

いま,  $r_A$  と  $r_B$  の比を  $b = \frac{r_B}{r_A}$  と定義する。 $v_B$  を  $b$  を用いて表すと

$v_B =$   ケ   $\times v_A$  となる。点  $A$  における衛星の運動エネルギーを  $K_A$ , 位置エネルギーを  $U_A$ ,  $B$  点の運動エネルギーを  $K_B$ , 位置エネルギーを  $U_B$  とする。

これらの関係を  $b$  を用いて表すと,  $K_B =$   コ   $\times K_A$ ,  $U_B =$   サ   $\times U_A$  となる。また, このときの力学的エネルギーを  $E_0$  とすると, 力学的エネルギー保存則より  $E_0 = K_A + U_A = K_B + U_B$  であるので,  $K_A, U_A$  を  $b$  と  $E_0$  を用いて表すことができる。結果は,  $K_A =$   シ   $\times E_0$ ,  $U_A =$   ス   $\times E_0$  となる。

衛星を加速して  $r_B$  を  $r_A$  に比べてどんどん大きくすると,  $b$  が無限大に近づくので,  $E_0$  は  セ  に近づく。このとき  $r_A$  をほぼ  $R$  とみなしてよいとすると,  $A$  点での速さは  ソ  である。これを第二宇宙速度という。これ以上に衛星を加速すると力学的エネルギーが正值になり, 再び地球に戻らなくなる。

## '03 東京理科大学

[解答群]

(1)  $\frac{GM}{R^2}$

(2)  $\frac{2GM}{R^2}$

(3)  $\frac{GM}{R}$

(4)  $\frac{2GM}{R}$

(5)  $\left(\frac{R}{R+h}\right)^2$

(6)  $\left(\frac{R+h}{R}\right)^2$

(7)  $\sqrt{\frac{R}{GM}}$

(8)  $\sqrt{\frac{GM}{R}}$

(9)  $\sqrt{\frac{2GM}{R}}$

(10)  $2\sqrt{\frac{GM}{R}}$

(11)  $2\pi\sqrt{\frac{GM}{R}}$

(12)  $\frac{R}{GM}$

(13)  $-\frac{R}{GM}$

(14)  $G\frac{Mm}{R}$

(15)  $-G\frac{Mm}{R}$

(16)  $G\frac{Mm}{2R}$

(17)  $-G\frac{Mm}{2R}$

(18)  $\sqrt{\frac{R+h}{R}}$

(19)  $\sqrt{\frac{R}{R+h}}$

(20)  $\sqrt{\frac{(R+h)}{GM}}$

(21)  $2\pi\sqrt{\frac{(R+h)}{GM}}$

(22)  $\sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}}$

(23)  $2\pi\sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}}$

(24)  $\frac{r_B}{r_A}$

(25)  $\frac{r_A}{r_B}$

(26)  $\left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2$

(27)  $\left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2$

(28)  $\frac{1}{2}$

(29)  $\frac{1}{3}$

(30)  $\frac{3}{2}$

(31)  $\frac{2}{3}$

(32)  $b$

(33)  $-b$

(34)  $b^2$

(35)  $-b^2$

(36)  $\frac{1}{b}$

(37)  $-\frac{1}{b}$

(38)  $\frac{1}{b^2}$

(39)  $-\frac{1}{b^2}$

(40)  $(1+b)$

(41)  $(1-b)$

(42)  $(1+b^2)$

(43)  $(1-b^2)$

(44)  $0$

(45)  $1$

(46)  $10$

(47)  $100$

(48)  $\infty$