

'03 東京理科大学

次の問題の の中に入れるべき正しい答えを解答群の中から選べ(同じ番号を何回用いてもよい)。

- (a) 地球を半径が R の球とみなし, その質量を M , 万有引力定数を G とする。地球の自転の効果を無視すれば, 地表における重力加速度の大きさ g は R, G, M を用いて ア で表される。また地表面から高さ h での重力加速度は g の大きさの イ 倍である。
- (b) いま, 地表すれすれに円軌道を描いてまわる質量 m の人工衛星を考えると, その速さ v_0 は R, G, M などを用いて ウ と表される。これを第一宇宙速度という。万有引力の位置エネルギーの基準点を無限遠点にとるとき, この人工衛星がもつ力学的エネルギー E は運動エネルギーと位置エネルギーの和であるので, E は R, G, M, m などを用いて エ と表される。

一方, 地表から h の高さの円軌道をまわる人工衛星の速さを v とすると, それは v_0 の オ 倍で, このとき周期は カ となる。

- (c) この人工衛星を加速して地球を焦点とする楕(だ)円軌道上を運動させた。地球から最も近い点を A とし, 地球中心から A までの距離を r_A , その点での速さを v_A とする。また最も遠い点を B とし, 同じく距離を r_B , その速さを v_B とするとき, v_B は r_A, r_B を用いると キ $\times v_A$ となる。また, このとき人工衛星の周期は $(r_A + r_B)$ の ク 乗に比例する。

いま, r_A と r_B の比を $b = \frac{r_B}{r_A}$ と定義する。 v_B を b を用いて表すと

$v_B =$ ケ $\times v_A$ となる。点 A における衛星の運動エネルギーを K_A , 位置エネルギーを U_A , B 点の運動エネルギーを K_B , 位置エネルギーを U_B とする。

これらの関係を b を用いて表すと, $K_B =$ コ $\times K_A$, $U_B =$ サ $\times U_A$ となる。また, このときの力学的エネルギーを E_0 とすると, 力学的エネルギー保存則より $E_0 = K_A + U_A = K_B + U_B$ であるので, K_A, U_A を b と E_0 を用いて表すことができる。結果は, $K_A =$ シ $\times E_0$, $U_A =$ ス $\times E_0$ となる。

衛星を加速して r_B を r_A に比べてどんどん大きくすると, b が無限大に近づくので, E_0 は セ に近づく。このとき r_A をほぼ R とみなしてよいとすると, A 点での速さは ソ である。これを第二宇宙速度という。これ以上に衛星を加速すると力学的エネルギーが正值になり, 再び地球に戻らなくなる。

'03 東京理科大学

[解答群]

(1) $\frac{GM}{R^2}$

(2) $\frac{2GM}{R^2}$

(3) $\frac{GM}{R}$

(4) $\frac{2GM}{R}$

(5) $\left(\frac{R}{R+h}\right)^2$

(6) $\left(\frac{R+h}{R}\right)^2$

(7) $\sqrt{\frac{R}{GM}}$

(8) $\sqrt{\frac{GM}{R}}$

(9) $\sqrt{\frac{2GM}{R}}$

(10) $2\sqrt{\frac{GM}{R}}$

(11) $2\pi\sqrt{\frac{GM}{R}}$

(12) $\frac{R}{GM}$

(13) $-\frac{R}{GM}$

(14) $G\frac{Mm}{R}$

(15) $-G\frac{Mm}{R}$

(16) $G\frac{Mm}{2R}$

(17) $-G\frac{Mm}{2R}$

(18) $\sqrt{\frac{R+h}{R}}$

(19) $\sqrt{\frac{R}{R+h}}$

(20) $\sqrt{\frac{(R+h)}{GM}}$

(21) $2\pi\sqrt{\frac{(R+h)}{GM}}$

(22) $\sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}}$

(23) $2\pi\sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}}$

(24) $\frac{r_B}{r_A}$

(25) $\frac{r_A}{r_B}$

(26) $\left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2$

(27) $\left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2$

(28) $\frac{1}{2}$

(29) $\frac{1}{3}$

(30) $\frac{3}{2}$

(31) $\frac{2}{3}$

(32) b

(33) $-b$

(34) b^2

(35) $-b^2$

(36) $\frac{1}{b}$

(37) $-\frac{1}{b}$

(38) $\frac{1}{b^2}$

(39) $-\frac{1}{b^2}$

(40) $(1+b)$

(41) $(1-b)$

(42) $(1+b^2)$

(43) $(1-b^2)$

(44) 0

(45) 1

(46) 10

(47) 100

(48) ∞